113183

QVADRATVRA PARABOLAE PER SIMPLEX FALSVM.

Et altera quàm ſecunda Archimedis expeditior

AD MARTIVM COLVMNAM.

Lucæ Valerij

MATHEMATICAE ET CIVILIS Philoſophiæ, in almo Vrbis gymnaſio publici profeſſoris.

ROMAE,

Apud Lepidum Facium. M. DCVI.

SVPERIORVM PERMISSV.

MARTIO COLVMNAE

ZAGAROLI DVCI.

Lucas Valerius. S. P. D.

NOSTRA etiam ætas, inclyte MARTI COLVMNA, ſapientiæ amicos habet ſanguine & opibus claros, quibus glorietur. Sed vt nihil ex omnibus inuidioſius eſt virtutis partu; ecce his exemplo ſuo de omni genere hominum optimè meritis, odium pro gratia, maledicta pro laudibus referuntur ab ijs, qui cruciantur ad ſui ſimiles furtuna pertinere totius humanitatis principatum. Conſona igitur ſuis iudicijs verba faciunt. Principem patrem familias nihil ſapere, qui ſuos liberos literis excultos vélit. à natura inditam ſanguini nobili ſcientiam eſſe imperandi. itaque ſe illiteratos non impudenter ſolum, ſed & (quod ſibi per me felix fauſtumque ſit) glorioſè profitentur. Alij corporis viribus diffiſi, mortemque mortis fuga maturantes, quibus ſpurcis ſe inuoluunt voluptatibus, ijs quoniam ſui diſſimiles quaſi maximis bonis carere exiſtimant, eos tamquam fatuos, & qui viuere neſciant inſectantur. Sed his magis ignoſco. tantum enim vitæ auidi, ſi minus Ariſtoteles, aut Platones tranquillo, Mutios, credo, aut Horatios turbido

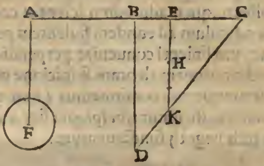
tempore patiiæ ſe præbebunt. Alij alter inſaniunt, qui ſciolos quoſdam artifices inutilium figmentorum Philoſophos eſſe arbitrantur. Sed ſi quis ita errantes eò deducat vt intelligant, Philoſophiam non Empuſarum, aut Chimerarum effectricem, ſed veritatis eſſe indagatricem; facilè ad ſanitatem reuocentur. Ex quibus enim duobus falſum inferunt, alterum eſt, quòd philoſophi nomen ijs tribuunt, qui in illud inuaſerint: alterum ſapienter ſtatuunt; qui rationis ſpecie identidem ſe ipſos fallunt, ab ijs non eſſe rerum gerendarum rationes expectandas. Quo circa memini me iam pridem ex te audire, cum diceres; ſcientiam ſyllogiſmi, atque ciuilem viris principibus ferè eſſe neceſſariam: ne in negotijs grauiſſimis turpiter decipiantur, cum à ſua propria iſcitia, tum à ſtultis, quibus eorum pars magna delectatur, aut pecunia corruptis conſiliarijs. Hoc dictum quis refellat? tam enim in deliberationibus, quàm in contemplatione, ſnbtiliſſimæ ſunt erroris cauſæ, vt iam in lucem editis prauæ actionis portentis, quid corrigendum, quid præcauendum ſit, ne quid ſimile aliàs accidat, difficile ſit iudicare, ac conſtituere. Liceat igitur iſtis ſuo iudicio felicibus illiteratis, cùm garrulos quoſdam inanis gloriolæ, non veritatis auidos audierint eltercantes, veluti de ternis nucibus, ſint ſenæ in ijs nec ne? tum de neſcio quo tertio præter rem & nihil: tum de infinito ſpatio extra Cœli ambitũ, lougitudinis, & latitudinis, & altitudinis, corporis naturę experti: liceat inquã, tũc iſtis cachinnari. at philoſophis deſinãt inſultare: nec furant adeo vt prædicent, Philoſophiam ſui ſtudioſos reddere in cõgreſſibus ruſticos, in negotijs gerendis planè nullos. multorum enim illuſtrium, ác principium virorum, & veteris, & noſtræ ætatis exemplis coarguentur: vt intelligant cuius Philoſophiam accuſant, id non illius, ſed malorum ingeniorũ, peioriſque inſtitutionis eſſe crimen. Ea enim ętas eſt adeo ſuperba & inuida, vt ne parentes quidem filijs vllo in

gene-

genere vt plurium patiantur ſe videri inferiores. In librum epuſtola euaderet, ſi quàm multis,& varijs inimicitijs nunc literæ efflictentur recenſerem, nec vnas, aut alteras attingere voluiſſē,vt meo ſtomacho in iam non excuſata,ſed collaudata potentium amentia cognito, ſapientiā tuam eſſe illam facem itelligeres,quę me ad te amandum, & prædicandum ſemper incitauit. O te felicem. quantas Deo Opt. Max. gratias agere oportet. quòd eam ſententiam paternis, & maternis inſtitutis, & tua indole biberis, vt malueris tua propria quàm hæreditaria fama,ijſque animi ornamentis collucere, quibus autores iſtos ſtultitiæ nobilitandæ ridiculos, eorumque autorinatem irritam facis. quòdque in tantis honoribus, & copijs, quæ plurimam mentem excæcant, percipere potueris, quàm abſurdùm ſit dedecus oobilitaris inſcitia, viriliſque ætatis infantia. Næ tu maiorum tuorum veſtigijs fortiter inſtitiſti, qui Caij Cæſaris, Magni Alaxandri labores, & vigilas maluerunt, quàm iſtorum homuncionum aſperſam labem auitis laudibus deſidiam imitari : inuidiamque apud vulgus nobilium, non vitiorum ſimilitudine fugiendam, ſed virtute vincendam cenſuerunt: tantoque attentius boni nominis quàm generis perpetuitatem ſpectauerunt;vt ſuis liberis ſtatuerēt,aut ingenuos labores impuberibus morte præcidendos, aut perpetuam ſapientiæ, & fortitudinis gloriam obtinendam. nàm quæ alijs multis anguſti animi errore, arma & literæ in eodem non ſatis benè videntur conuenire, ijs in vtriſque excellere, illuſtriaque romanæ nobilitatis exempla eſse voluerunt. Omninò veſtri generis eſt, ſemperque fuit, cum armis, triumphis, ac tropheis muſas coniungere, antiquos illos patrios imperatorios ſpiritus retinere: utque columnæ proprium artificij ſpecie, & firmitate domum, ita Columniæ domus eſt hanc Vrbem orbis terrarum principem, ſcientia,& virtute ornare, ac ſuſtentare. Talibus igitur ac tantis ve-

ſtris in bonas artes meritis,memoria,carmine,omnium hominũ ſermone celebratis;& ſi ego nõ is eſſem à quo tu mathematicas diſciplinas olim percepiſſes, & quicũ familiariter de omni philoſophia diſſerere ſolitus eſſes,cũ à te domi tuæ humaniſſime, atque honeſtiſſimè tractarer, tuiſque,& tui patrui Marci Antonij Cardinalis ampliſſimi beneficijs cumularer: tua tamen dignitas,& meus animus exigeret,vt aliquo munuſculo aliquando meũ in te amorẽ,eximiamq; obſeruãtiam illuſtrarem. Opuſculũ igitur iſtud,quod maxime iam mihi erat in prõptu,tibi dicatũ quæſo ne aſperneris. malui mihimet minus ſatisfacere, quã tuæ humanitati diffidere,meæq; apud te gratiæ,& grati animi famam retardare. Antequã autem ad lectionem illius animum applices, quæ me inanis opinio ad id impulerit, vti per plana grauia parabolã in quadratũ redigerem aliter atque Archimede. & quibus rationibus meam ſententiam, pace illuſtrium quorumdam Mathematicorum, qui in eam venerant repudiauerim, quoniam ſcias ante oportet; cum tibi commodum fuerit, epiſtolę pars reliqua ſtylo rebus ſubtilibus accomodo, ideſt preſſo, & perſpicuo palàm fecerit. Nã ſi quã Archimedes rationẽ primam attulit ad quadrandam parabolam bene cõſideretur,cum ea ex abſurdo recta ſyllogiſmorum ſerie concludatur,nulla eſſe videbitur. neque enim poſſunt plures rectæ lineæ à grauium ſponte cadentium centris grauitatis deſcriptæ eidem finienti inſiſtere ad perpendiculum, cum omnia grauia ad medium terreſtris globi tẽdere ſit exploratum. quòd ſiquis negare audeat,falſum illud fundamẽtum, Archimedis rationi eſſe ſubſtructum,is perperam accipi intelligat neceſſe eſt, triangulum B D C à punctis B C ſolutum, ac ſuſpenſum in vno puncto E manere vt antea: ſed motum iri quoad punctum H, centrum grauitatis trianguli B D C, ſit in eo perpendiculo,quod ex puncto E pertinet ad centrum Terræ,rectaque linea E K cum ipſa B D concurrat, ſi vtraque

ſit infinita. Nã ſi trianguli BDC in puncto E ſuſpenſi centrum grauitatis manſerit in eadem recta linea, quæ manans à puncto E inſiſtit finienti ad perpendiculum; cum igitur ipſa B D, producta eidem finienti inſiſtat ad perpendiculũ,



vtpote à linea E K, æque diſtans, qui poteſt ab hoc falſo demoſtratio Archimedis expediri? Simili igitur dubitatione veritus ne mea demoſtratio grauibus planis innixa premeretur; primum eò confugi, vt oſtenderem nullum eſſe abſurdum, quamlibet figurã planã eſſe grauẽ, haud proprio pondere, ſed ſolidi cuiuſdã recti per ſe grauis, cuius ea ſuperficies eſſet ſectio à duplici termino plano æqualibus remota ſpatijs vndequaque. Planę igitur figuræ grauis adminiculo, grauis inquam non quaſi proprio pondere; neque alieno, ſed ab vtroque cogitatione ſeiuncta, in qua nullus eſt error, cùm ea nihil affirmetur, aut negetur, tanquam per fretum ſiculum ad quadrandam parabolam animum appuli. Videbam enim inter omnes philoſophos conuenire, nihil ex falſo planè ad veritatem poſſe demonſtrari; præterquam quæ veri locum tenere idcirco patimur, vt mox notiſſimis, quæ pepererint abſurdis perimantur. His rationibus quieti viri quidam doctiſſimi mihi ignoſcebant quòd hoc opuſculum, Veram per plana grauia parabolæ quadrationem inſcripſiſſem: iamque ita inſcriptam exire permiſiſſem, niſi ante vt ſoleo veri demoſtrationem

quæſi-

quæſiuiſſem. Cognito igitur magna mea cum lætitia nullam ex illo abſurdo Archimedi iacturam accidiſſe; recepi me, atque ita coercui, vt libellum inſcriberem, Quadrationem parabolæ per ſimplex falſum. Nam Archimedes præter figuræ planæ grauitatem, aliud ſumit abſurdum difficilius intellectu, quemadmodum ſcientiæ conducat multiplex propendiculum ad eundem finientem pertinere; cum reuera vnum vni finienti conueniat perpendiculum. Sed vt Archimedis rationem ab omni ſuſpicione erroris vindicemus, noſtramque vnà confirmemus (non enim vereor, ne quæ diſtinctius dicuntur tibi ſpinoſa ſint, aut iniucunda) ſit primum huis negotij fundamentum.

PROPOSITIO. I.

Si qualibet figura plana grauitatem acciperet, tanta eſſet, quanta ſi nullam grauitatem accepiſſet.

Sumamus hic exempli gratia quadratum bipedale, quod voco A. Quoniam igitur ſi quadratum hoc A, pondus acciperet; idem eſſet quadratum, quod nunc eſt: at nunc quadratum A, nihil eſt aliud quàm ſuperficies plana, quatuor reſtis lineis ad rectos inter ſe angulos comprehẽſa certæ menſuræ; graue igitur quadratum A, tantundem eſſet, quantum nunc eſt omnis ponderis expers, nimirum bipedale. Quemadmodum ſi quis homo animo albeſceret, is perçque eſſet animal, atque ante fuiſſet cum animo non eſſet albus homo enim non aliud eſt, quam animal rationis particeps. Altera etiam propoſitio eſt per ſe nota: ſi enim verum ſit, A fieri, vel factum eſſe ex non albo album; verum illud conſequitur; A iam factum album, vel albeſcens idem eſſe A, quod ante erat. manifeſtum hoc autem ex generali definitione eius quod eſt certam quam-

piam rem fieri, vel factam eſſe aliquid; velut ſi Cæſar fiat, vel factus ſit orator: illa enim definitio, quam Ariſtoteles in phyſicis optimè expreſſit, ſignificat permanere id, quod fit aliquid, non autem interire. Quòd autem, ſi figura quadrata grauis fieret, ea corpus eſſet non amplius ſuperficies, nec ergo tanta quanta fuiſſet antequam grauis fieret: genere enim differentium magnitudinum, genere differentes ſunt menſuræ: hoc non faceſſit negotium demonſtrationi, ſed materiam arguit falſitatis, qua non vtimur. nulla ſiquidem his verbis. Si quadratum A ſit ponderoſum, veritas affirmatur, aut negatur: quemadmodum neque his. Sit quadratum A graue, dicimus, ſed facimus quadratum A eſſe graue. His iactis fundamentis facilis eſt demonſtratio iſtius alterius dicti.

PROPOSITIO. II.

Si qualibet duæ magnitudines eiuſdem generis graues fierent; eandem inter ſe haberent proportionem, quam ante grauitatem habuiſſent.

Sint quælibet duæ magnitudines eiuſdem generis graues factæ A B. Dico nunc A, & B, eandem inter ſe habere proportionem, quam habebant priuſquam graues euaderent. Aliæ enim duæ magnitudines C D, non graues, eiuſdem tamen generis cum ipſis A B, fuerint iiſdem æquales quo tempore neque illæ graues erant: fueritque æqualis C ipſi A, & D, ipſi B. Quoniã igitur tunc A æqualis erat C, & B ipſi D; erat vt A ad C ita B ad D, & permutando igitur, vt A ad B ita erat C ad D. Rurſus, quoniam magnitudo A facta grauis tanta eſt, quanta erat



antea: ſed ante eadem A ipſi C æqualis erat; ergo & nunc A ipſi C æqualis erit. Similiter oſtenderemus, B nunc grauem magnitudinem, ipſi D æqualem eſſe. quamobrem & vt A ad C ita B ad D: & permutando, vt C ad D ita A ad B: ſed vt C ad D ita erat A ad B antequam graues fierent: vt igitur tunc erat A ad B ita eſt nunc A ad eandem B, ſi ijs contingat vt habeant grauitatem. Manifeſtum eſt igitur propoſitum.

Iam vero hoc demonſtrato nullum fore arbitror, cui non quadratio noſtra ſatisfaciat; quaſi vero nihil aliud demonſtremus, quàm ſi ſuperficies planæ graues eſſent, tunc parabolam fore ſeſquitertiam trianguli eandem ipſi baſim, & eandem altitudinem habentis, ſi extremę demõſtrationi talis ſyllogiſmus additus intelligatur. Omnis parabolæ ad triangulum ſuper eandem baſim, eiuſdemq; altitudinis cũ ipſa, eadem eſt proportio, quæ eſſet, ſi ſuperficies haberet grauitatem. Sed ſi ſuperficies haberet grauitatẽ, tunc parabola illius trianguli eſſet ſeſquitertia. Omnis igitur parabola erit illius trianguli ſeſquitertia. Prioris propoſitionis veritas manifeſta eſt ex eo, quod generaliter proximè demonſtrauimus: poſterior autem nono iſtius libelli capite concluditur. Non igitur ex illo abſurdo tanquam principio ratio noſtra deducitur, ſed tantummodo ex veris, & neceſsarijs: vtraque enim propoſitio, & vera, & neceſſaria eſt: grauis autem ſuperficies ad ſyllogiſmum pertinet, non quaſi propoſitio, ſed eius materia, pars inquam illa prior, quæ datur vt conceſſa, non aſseritur. Tota autem ipſa propoſitio vera eſt, & neceſsaria: ſicut vera illa oratio eſt; ſi lapis eſset volucris, volare poſset: cum lapidem volucrem eſſe in ea non affirmetur.

Hoc modo explicito, ad illum alterum proprium Archimedis, quem initio propoſui multo difficiliorem, ſimili via diſsoluendum aggredior, oſtenſurus quemadmodum ad quadrandam parabolam vim afferat, duplex perpendiculum

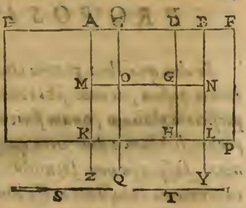
culum ad eundem finientem pertinere. Sit igitur huius negotij primum fundamentum.

PROPOSITIO. III.

Si duo quælibet grauia eiuſdem generis extra ſuum locum poſita, deinde ſibi relicta in eandem aliquam ſuperficiem planam, quam finientem appello, caderent ad perpendiculum: duo vero quælibet grauia eiuſdem generis ſuſpenſa non ſecundum ſua centra grauitatis in terminis cuiuſdam rectæ lineæ, quæ libra dicitur, in vno puncto, quod in ea ſit, detentæ, ita vi proprij ponderis grauarent libram, vt ea æqualiter diſtaret à finiente: ea grauia inter ſe eandem, quam brachia libræ haberent proportionem; ſi qui ad contrarias partes attinent proportionis termini, antecedentes, & conſequentes inter ſe comparentur. Brachia autem libræ dicimus duas illas partes, quæ inter punctum, in quo libra ſuſpenſa eſt, & terminos interijciuntur.

Sint duo plana grauia S, T, & recta linea A B, quæ libra dicitur, in plano ad finientem erecto. Talis autem omnium grauium natura eſse fingatur, vt ſi eorum quoduis à quolibet ſublimi loco ceciderit, incidat finienti ad perpendiculum: id eſt, ita vt grauis cadentis centrum grauitatis rectam lineam deſcribat, quæ occurrat finienti ad rectos angulos. Hoc propoſito abſurdo tanquam vero, ſit recta A B ſublimis à fininiente æquè diſtans, cuius pars B C ſit ad reliquam

liquam A C vt S ad T. Sitque detenta A B in puncto B circa ipsū nobilis. Dico ſi graue S ſuſpendatur in puncto A, & graue T in puncto B non ſecnndum ſua centra grauitatis, ſed alia ſingula ſingulorum puncta, neutrum victurum, libramque A B vt nunc manſuram. Nam ſi grauia ST inter ſe ſint æqualia ſe; quoniā vt S ad T ita fecimus eſſe B C ad C A, conſtabit propoſitum. æqualia enim erunt brachia A C C B: æque autem grauia in brachiorum æqualium libræ terminis ſuſpenſa ſecundum ſingula quælibet eorum puncta æqualem vim habitura, ſi omnia grauia vndecunq. [ad eandem aliquam] ſuperficiem planam caderent ad perpendiculum, cenſeo tanquam dignitatem concedendam. Sin autem grauia S T ſint inæqualia, ſit eorum maius S. Quoniam igitur vt S ad T ita eſt B C ad C A, erit quoque B C maior quam A C. à maiori B C abſcindatur B D ipſi A C æqualis, & ſit dupla D B F ipſius B D, & D A E ipſius D A. Iam vero ad lineam AD in plano, quod ſupradiximus, ad finientem erecto, applicetur rectangulum ADGM æquale quartæ parti ipſius S. & facta DGH dupla ipſius DG, deſcribantur rectangula B D G N, E H, HF, hoc eſt totum rectangulum E P: & A D H K, D B L H, & C A M O, vel C D G O, & rectæ A M K, C O, D G H deorſum productæ occurrant finienti in punctis E Q y, occurent autem ipſi ad rectos angulos, quippe æquè inter ſe diſtantes, & ipſi A B à finiente æqualiter diſtanti poſitę ad rectos angulos. eritque iam duplex perpendiculum A Z, B y. Quoniam igitur eſt vt B C ad C A, hoc eſt AD ad DB, hoc eſt rectangulum



lum

lum AG ad rectangulum GB ità graue S ad graue T: & rectangulum A G eſt ipſius S parsquarta; erit & rectangulum G B ipſius T pars quarta: ſed rectæ A K, B L, diuidunt latera oppoſita rectangulorum E H, H F bifariam, ipſæ autem A K, B L ſunt bifariam ſectę in punctis M N; rectangulum igitur E H ſpatio S, & rectangulum HF ſpatio T æquale erit, & M centrum grauitatis rectanguli E H, & N rectanguli H F. Quoniam igitur eſt vt B C ad C A, ita N O ad OM propter rectangula: & vt BC ad C A ita rectangulũ EH, ad rectangulũ F H; erit vt N O ad O M, ita rectangulum E H, ad rectangulum FH. Cum igitur M ſit centrum grauitatis rectanguli E H, & N rectanguli F H; erit totius rectanguli E P centrum grauitatis O, ex ijs, quæ demonſtrauimus in primo libro de cent. gra. ſolid. Quoniam igitur vnaquęque trium rectarum linearum A M Z, C O Q, B N y eſt perpendiculum: ſi autem cuiuslibet grauis ſuſpenſi in vno puncto punctum ſuſpenſionis, & centrum grauitatis ſint in eodem perpendiculo, maneat neceſſe eſt, vt Archimedes aſſerit ſe demonſtraſſe, & infra nos demonſtrabimus; ſit vt ſi rectangulum E P ſit ſuſpenſum in vno puncto C, maneat vt nunc: ſimiliter ſi diuiſo rectangulo E P in duo rectangula E H, H F, ſuſpenſa autem ea ſint in ſingulis punctis A B, rectangula E H, H F vt nunc manebunt: quamobrem nec circa puncta A B mutabunt ſitum: ſed nec vllo alio mòdo, vt pote quæ à libra A C in ipſius terminis A C detinentur. rectangula igitur E H H F quædam cauſa integra compoſita ex duabus, quarum altera ſunt centra grauitatis M N, altera libra A B detinens, ſic tenebit contigua, vt ſeruent eundem ſitum, quem habebant in rectangulo E P antequam illud in ea diuideretur: poſt diuiſionem igitur idem O punctum erit duorum triangulorum E H H F ſimul, ita vt nunc coniunctorum centrũ grauitatis, quod erat totius E P rectanguli priuſquam diuideretur: rei dignitatem ſcilicet ſimilem eius, quam poſuimus in

mus in calce illius libelli. Rectangula igitur EH HF ſuſpenſa in punctis AC, quæ nō ſunt eorū centra grauitatis, ſtantibus ijs, quæ principio diximus, æquabunt libram, ideſt, manebit libra AB, vt nunc incidens in perpendiculum CQ ad rectos angulos. Cum igitur graue S ſit æquale rectangulo EH, & graue T rectangulo FH: ſi pro rectangulo EH ad punctum A, ſuſpendatur graue S: & pro rectangulo FH ad punctum B, graue T ſuſpendatur ex ſingulis eorum punctis, quorum neutrum ſit centrum grauitatis, grauia ST perinde æquabunt libram: per dignitatem ſimilem cuidam ex ijs, quas propoſuimus in primo libro de centro grauitatis ſolidorum, tendens enim deorſum graue S per AZ perpendiculum tantundem brachium AC grauabit in puncto A, quantum grauabat rectangulum EH: & tantum graue T deorſum tendens per Ay perpendiculum, brachium BC grauabit in B puncto, quantum grauabat rectangulum FH, ob ponderum æqualitatem. Sed vt BC ad CA ita eſt ſpatium S ad ſpatium T. Conſtat igitur propoſitum. At vero ſi cuiuslibet grauis centrum grauitatis, & punctum ſuſpenſionis ſint in eodem perpendiculo, graue manſurum dignitate illa conceſſa. Nullum graue naturaliter aſcendere, ita demonſtrabimus.

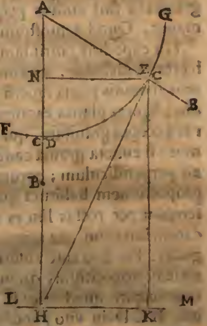
LEMMA.

Sit graue AB ſuſpenſum in puncto A, quod non ſit eius centrum grauitatis: ſit autem grauis AB centrum grauitatis C, quod quidem, & punctum ſuſpenſionis A ſint in eodem perpendilo AH: & punctum perpendiculi, cui congruit

C ſit

C ſit D. Voco autem perpendiculum hic generaliter rectam lineam, quam deſcribit grauis naturaliter moti centrum grauitatis. Dico graue A B manere vt nunc.

Niſi enim manſerit, moueatur aliquantiſper: iamq. ſit punctũ C extra perpendiculũ A H in alio pũcto E, per pũcta autem D E poſita in plano tranſeunte per A H, tranſeat circulus F D G, cuius centrum erit A, æquales enim rectæ lineæ ſunt A D A E, & recta E K inſiſtat finienti ad rectos angulos: quamobrem ſi graue vndecumq. cadat naturaliter, eius centrum grauitatis neceſſario deſcribit rectam lineam inſiſtentem finienti ad rectos angulos, vt fingit Archimedes erit recta linea E K vnum ex infinitis perpendiculis. At ſi, quod perſpicuum eſt, ſit vnum pũctum ad quod omnium grauium vndecumq. cadentium centra grauitatis diriguntur, quod ſit H; ducatur recta E H. Quoniam igitur tres rectæ lineæ A E A D H, E H ſunt in eodem plano: duæ vero A E, A D H in plano circuli F G; erunt tres lineæ A E, A H, H E in plano circuli F G ad finientem erecto, eo nimirum, quod tranſit per A H inſiſtentem finienti ad rectos angulos. Quoniam igitur à puncto A extra circulum F G cadunt in eius terminum duæ rectæ H D, H E, quarum H E producta tranſit per centrum A; erit H E maior quam H D: graue igitur A B tetendit ſurſum, naturali-



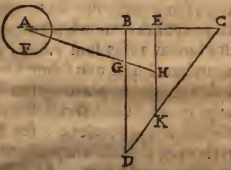
taliterque aſcendit, quod eſt abſurdum. Rurſus ducta E N ad A H ad rectos angulos, quoniam rectæ E K, N H inſiſtũt finienti LM ad rectos angulos, ęquè inter ſe diſtabũt: coniungit autem eas recta S N ad rectos angulos; æquales erunt rectæ N H, E K. ſed N H eſt maior quam D H, quia punctum N in diametro eſt D A; ergo & E K erit maior quam D H. graue igitur A B motum erit naturaliter ſurſum, ſecundum centrum grauitatis C. Quod eſt abſurdum. Si igitur punctum ſuſpenſionis,& centrum grauitatis ſint eodem perpendiculo, graue ſuſpenſum manet. Quod demonſtrandum erat.

His expeditis,currit iam Archimedis demonſtratio,quæ hærere videbatur. quæmadmodum enim ſupra oſtendimus,ſi omnis plana ſuperficies grauis fieret, quaſcumque duas figuras planas eandem inter ſe proportionem habituras accepta grauitate, quam abiecta: ſimiliter oſtenderemus; ſi cuncta grauia caderent vndecumq. eidem finienti ad perpendiculum; eorum quælibet duo eandem inter ſe proportionem habitura quam nunc habent, cum omnia tendunt per rectas lineas in idem pactum, quamobrem earum liniarum vna tantum inſiſtit finienti ad rectos angulos. Per hoc autē abſurdũ,& grauē ſuperficiem, vt materiam propoſitionis quomodo ſupradiximus, ſequitur in ſexto capite quadrationis parabolæ Archimedis, trangulum B C D in vno puncto E ſuperſum manere, vt antequam à punctis B C ſolueretur: hinc verò pedetentim per reliqua decem capitá tandem concluditur, omnem parabolam ſeſquitertiam eſſe tranguli eadem ipſi baſim,& candem altitudinem habentis. Recte igitur Archimedes propoſitum demonſtrauit, ita tamen vt nos hunc libellũ non malè inſcripſiſſe videamur. Quadrationem parabolæ per ſimplex falſum, graue ſcilicet planum, cum ille non per hoc tantum, ſed & per grauium caſus commentitios, quales, modo explicuimus; ſed neque fruſtrà noſtram hanc

qua-

quadrationem edidiſſe; quippe cum melior eſſe videatur demonſtratio per vnum quàm per duplex abſurdum, quorum alterum illud Archimedis proprium tanto eſt reliquo abſtruſius, & captu difficilius, vt mirari non deſinam cur Archimedes primo illud adiecerit, cum id quod ſexto capite demonſtrandum proponit, potuerit per ſolam ſuperficiem grauem demonſtrare. Age igitur defenſus iam à ſuſpicione erroris Archimedes aliud mortuus accipiat beneficium; ſextamque illius propoſitionem per grauem ſuperficiem duntaxat demonſtremus.

Iiſdem igitur poſitis, quæ dicit ibi Archimedes. Dico triangulum B C D triplum eſſe grauis F. Facta enim C E dupla ipſius E B, ducatur E K ipſi B D æquè diſtans, ſectaque E K bifariā in puncto H ducatur recta A G H, & ſit F plani centrū grauitatis in puncto A. Quoniā igitur quod ſumpſit Archimedes, & probat Federicus Commandinus, punctum H eſt centrū grauitatis tranguli B C D, & A eſt magnitudinis F centrum grauitatis: iungit autem ea centra recta AH; erit centrum grauitatis plani F, & tranguli B C D ſimul in linea AH, ex primo de centro grauit. ſolid. Rurſus quoniam B C, hoc eſt A B eſt tripla ipſius B E, eſtque vt A B ad B E, ita A G ad G H, propter æque diſtantes B G, E H; erit & A G ipſius G H tripla. Rurſus quoniam graue compoſitum ex plano F, & triangulo B C D ſuſpenſum in puncto B proponitur ab Archimede manēs, ſi latus B D congruat perpendiculo, quod nunc accipimus vt generaliter ſupra definitum, nihil ſolliciti de finiente, aut illius centro. Omnis autem grauis ſuſpenſi in vno puncto, & manen-



tis punctum ſuſpenſionis, & centrum grauitatis ſunt in perpendiculo, vt colligitur ex lemmate ſuperius demonſtrato; grauis igitur compoſiti ex F, & triangulo B C D in linea B D erit centrum grauitatis: ſed & in linea A H, vt modò oſtendimus: in quo igitur ſe ſe illæ ſecant puncto G. Cum igitur ſint centra grauitatis A ipſius F, & H trianguli B C D, erit vt A G ad G H ita triangulum B C D ad graue F: ſed A G eſt tripla ipſius G H; ergo & triangulum B C D erit ipſius F triplum. Quod demonſtrandum erat.

Habes defenſionem, quam promiſeram: ea ſi tibi videbitur propoſitæ dubitationi ſatisfacere, ſpero fore vt cupidius ad lectionē incūbas nouæ iſtius rationis, cuius mihi ex cogitādæ occaſio fuit illa opinio, quam ſupra memoraui, & iam expoſita demonſtratione deleui. At cur meam quadrationem auſus ſum edere, illa Archimedis tantopere approbata? quia non ſolum hæc noua cum illa veteri nihil habet commune præter genus ſcientiæ, quo varietas geometram magis delectet, & ſimplici falſo innititur non multiplici, atque perplexo: ſed & quia recta ad finem, non reflexa ex abſurdo via perducitur. aliæ cauſæ tibi legenti ſe ipſas patefacient. At vide quàm ſecundum tuam in hoc genere curioſitatem me in id ſtudium abdiderim, qui aliam eiuſdem rei ſimplicem geometricam demonſtrationem inueni, longè Archimedis ſecunda expeditiorem. Vtramque ergo ad te miſi donum tuo magno ingenio ſi minus dignum, certe aliquam tibi delectationem in iſta zagarolana hoſpitaliſſima tua amœnitate, qua te nunc Sirius detinet allaturum. Accipe igitur libenter exiguum iſtud magni in te amoris mei atque obſeruantiæ ſignum: deque eo quicquid exiſtimaueris, romano veteri, columnioque candore mihi vt ſignifices, eundemque vt ames, te vehementer oro. Vale.

Scripta iam epiſtola, pupugit me demonſtratio, quam

ab

ab hinc viginti quatuor annis inueni, illius quod aliqui inſtar dignitatis aſſumere non dubitarunt, Grauium eiuſdem generis pondera ſpatijs proportione reſpondere. Huius enim rei ſcientiam dignitas illa accerſire videbatur quam ad ſuperiorem propoſitionem tertiam vſurpauimus, nimirum, Grauia eiuſdem generis magnitudine æqualia, & pondere eſſe æqualia. Eam igitur demonſtrationem tibi fore iucundam arbitratus exaraui, finemque ipſi propoſui hac ratione.

PROPOSITIO.

Grauium eiuſdem generis pondera inter ſe ſunt vt magnitudines.

Sint duæ magnitudines graues eiuſdē generis AB, quarum alterius, vt A eſto grauitas C: reliquæ verò B grauitas D. Dico eſſe vt A ad B ita C ad D. Sumptis enim E G multiplicibus vtcumque, E ipſius A, & G ipſius B ex quibus partibus æqualibus ipſi A conſtat magnitudo E, ſint K L M, ſit autem ipſius K grauitas N, & O ipſius L, & P ipſius M. Quoniam igitur pars K æqualis eſt magnitudini A, & eſt ipſius K grauitas N, erunt per dignitatem ſupra dictam æquè graues magnitudines A K: hoc eſt grauitas N æqualis erit grauitati C: eandemque ratione & O, & P æqualis eidem C; æquè multiplex igitur ipſius A erit magnitudo E compoſita ex partibus K L M, atque ipſius C grauitas F compoſita ex partibus N O P. Non aliter oſten-

K	L	M	
E	A	B	G
F	C	D	H
N	O	P	

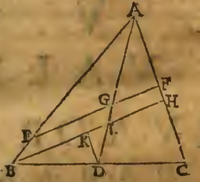
oſtenderemus, quàm multiplex eſt magnitudo G ipſius B, tàm multiplicem eſſe grauitatem H ipſius D. Rurſus, quoniam ſi graue addatur graui, quod fit exiſtet grauius: æqualia verò magnitudine grauia, & grauitate inter ſe ſunt æqualia: grauium magnitudine inæqualium maius grauius erit. Si igitur magnitudo E ſit maior magnitudine G, erit quoque grauitas F maior grauitate H, & ſi æqualis, æqualis; & ſi minor, minor. Aeque autem multiplices E F ſunt primæ, & tertiæ A C, & G H æquè multiplices ſecundæ, & quartæ C D vtcumque. Vt igitur A ad B ita eſt C ad D: Hoc eſt, Grauium eiuſdem generis pondera inter ſe ſunt vt magnitudines. Quod eſt propoſitum.

LVCAE VALERII QVADRATVRA PARABOLAE

PROPOSITIO I.

SI à cuiuslibet trianguli vertice recta linea ad medium baſis cadat, omnem aliam rectam lineam lateribus interceptam nec baſi parallelam ſic ſecabit, vt pars propinquior baſi ſit maior reliqua.

Sit quodlibet triangulum A B C, à cuius vertice A ad medium baſis B C, cadat recta A D. altera autem lateribus A B, A C, intercepta E G F, non ſit baſi parallela, ſed pars E G propinquior, quam G F. Dico E G, maiorem eſse quam G F. Ducta enim B L H ipſi E F, parallela ſi opus erit, ideſt ſi punctum E non ſit idem puncto B: ducatur in triangulo B C H ipſi C H parallela D K. Quoniam igitur A D concurrit cum A C in puncto A, punctum L, cadet in ipſa K H. Et quoniam ob parallelas D K, C H eſt vt B D ad D C, ita B K ad K H: eſt autem B D æqualis ipſi D C. & B K ipſi K H, æqualis erit, maior igitur B L quam L H: ſed vt B L ad L H, ita eſt E G ad G F; nam recta A L in triangulo A B H ſecat E F, B H, parallela in punctis G, L; maior igitur E G erit quam G F. Quod demonſtrandum erat.



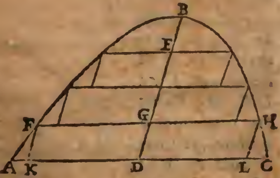
PROPOSITIO II.

Omnem parabolam diameter bifariam diuidit vtraque autem talium partium vocetur ſemiparabola.

Sit parabola A B C, cuius vertex B, diameter B D. Dico ſemiparabolas eſse A B D, B C D. Nam parabolæ A B C, inſcribatur figura ex parallelogrammos æqualium altitudinum deficiens à parabola minori ſpacio quantacumque magnitudine propoſita ita vt parallelogram-

morum

morum bina latera diametro B D ſint parallela, vt F K, H L, parallelogrammi F H L K, cuius cum latus F H, baſi A C, parallelum à diametro B D ſectum bifariam ſit, vt in puncto G, atque adeo & latus K L bifariam in puncto D; erit parallelogrammum G K, dimidium K H, parallelogrammi: ſimiliter ſingula reliqua parallelogramma, quæ ſunt in figura A B D dimidia erũt ſingulorum, in parabola A B C ſibi reſpondentium. Tota igitur figura E K figuræ A B D inſcripta totius figuræ K E L; parabolæ A B C, inſcriptæ dimidia erit. Deficit autem vtraque figura inſcripta à ſibi circumſcripta minori defectu quantacumque magnitudine propoſita; per tertiam igitur ſecundi de centro grauit. ſolid. erit figura A B D parabolæ A B C dimidia: diameter ergo B D parabolam A B C bifariam diuidit. Quod demonſtrandum erat.

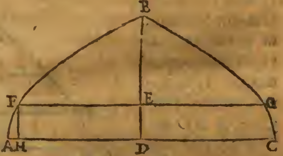


PROPOSITIO III.

Si duæ parabolæ æquales diametros habuerint indirectum inter ſe conſtitutas, & communem ordinatim applicatam; figuræ ex duabus ſemiparabolis compoſitæ diameter erit prædicta communis ordinatim applicata.

Sint duarum parabolarum, quarum vertices A, C

diametri A D, D C, inter ſe æquales: ſitque A D C vna recta linea, communis autem ad vtramque diametrum ordinatim applicata ſit B D. Dico figuræ A B C diametrum eſse B D. ſit enim in figura A B C, applicata quælibet recta linea F E G baſi A C parallela, & ex puncto F, ducatur ad A D recta F H parallela ipſi B D. Quoniam igitur eſt vt quadratum ex B D ad quadratum ex F H hoc eſt ex E D, ita D A ad A H, erit per cõuerſionem rationis, vt quadratum ex B D ad ſui reliquum dempto quadrato E D, ita A D ad D H, hoc eſt ad F E. Similiter oſtenderemus eſse vt quadratum ex B D ad ſui reliquum dempto quadrato D E, ita C D ad E G; vt igitur A D ad F E, ita erit D C ad E G: & permutando vt A D ad D C, ita F E ad E G. Secat igitur B D ipſam F G, hoc eſt quamcumque applicatam in figura A B C baſi A C parallelam bifariam in puncto E. Quod demonſtrandum erat.



PROPOSITIO IIII.

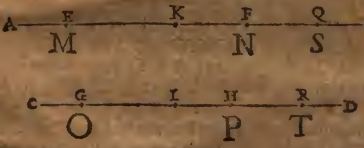
Omnem prædictam figuram diameter bifariam diuidit.

Huius Propoſitionis demonſtratio à demonſtratione ſecundæ nihil differt.

PROPOSITIO V.

Si ſint duæ rectæ lineæ terminatæ: quotcumque autem magnitudinum centra grauitatis fuerint in vna earum, totidem ſint in altera: ſint autem & magnitudines, & partes prædictarum linearum, quæ à centris fiunt, binæ deinceps in eadem proportione, ſumpto ordine ab ijſdem terminis; centra grauitatis duarum magnitudinum cuiusque ex ijs, quæ ad eandem lineam pertinent compoſitarum centra grauitatis, prædictas lineas diuidunt in eaſdem rationes.

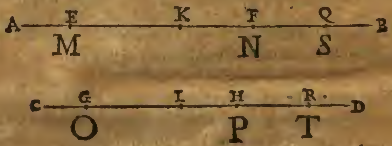
Sint duæ rectæ lineæ terminatæ A B, C D, ſectæ primum in ternas partes, vt A B in punctis E F, & C D in punctis G H. Sit autem E, centrum grauitatis magni-



tudinis M, & F, ipſius N & G, ipſius O, & H ipſius P. Sit autem vt M ad N, ita O ad P. & vt A E ad E F, ita C G ad G H, & vt E F ad F B, ita G H ad H D. duarum autem magnitudinum M, N, ſimul ſit centrum

grauitatis

grauitatis K, quod inter centra E F cadet: duarum autem O, P, ſimul centrum grauitatis L, nempe in ſegmento G H. Dico eſse vt A K ad K B, ita C L ad L D. Quoniam enim eſt vt N ad M, ita P ad O; ſed vt N ad M, ita eſt E K ad K F, & vt P ad O, ita G L ad L H; erit vt E K ad K F, ita G L ad L H. Quare vt E F ad E K, ita G H ad G L: ſed vt A E ad E F, ita eſt C G ad G H; ex æquali igitur erit vt A E ad E K, ita C G ad G L: & componendo vt A K ad E K, ita C L ad G L. Eadem ratione, & conuertendo erit vt K F ad B K, ita L H ad D L. ſed vt E K ad K F, ita erat G L ad L H. & vt A K ad K E, ita C L



ad L G, ex æquali igitur erit vt A K ad K B, ita C L ad L D. Sed ſint aliæ duæ magnitudines S, cuius centrum grauitatis Q, in ſegmento F B: & T, cuius centrum grauitatis R, in ſegmento D H. & vt N ad S, ita ſit P ad T, & vt F Q ad Q B, ita H R ad R D. Dico duarum magnitudinum compoſitarum vnius M N S, alterius O P T, centra grauitatis rectas A B, C D, diuidere in eaſdem rationes. Quoniam enim diuidendo eſt vt K F ad F B, ita L H ad H D. Sed componendo eſt vt B F ad F Q, ita D H ad H R; ex æquali erit vt K F ad F Q, ita L H ad H R. Sed vt E K ad K F, ita erat G L ad L H, & vt A E ad E K, ita C G ad G L.

Poſito

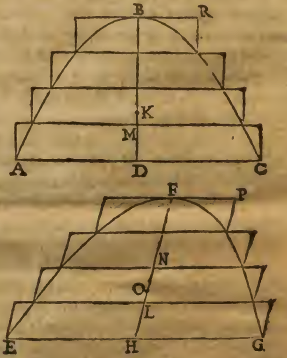
Poſito igitur vt F Q ad Q B, ita H R ad R D, ponitur neceſsario recta A B ſecta in centris E, F, Q, in eaſdem rationes, in quas recta C D in centris G, H, R, ſi ſegmenta deinceps bina ſumantur: tres autem magnitudines M N S, quarum centra grauitatis E F Q. ſunt tribus magnitudinibus O, P, T. proportionales, ſi binæ ſumantur: habemus igitur theorematis poſitionem. Quoniam igitur erat vt K F ad F Q, ita L H ad H R, erit componendo vt K Q ad Q F, ita L R ad R H. ſed vt F Q ad Q B, ita ponitur H R ad R D; vt igitur K Q ad Q B, ita erit L R ad R D. & componendo, & per conuerſionem rationis, vt B K ad K Q, ita D L ad L R: ſed vt A K ad K B, ita erat C L ad L D; ex æquali igitur erit vt A K ad K Q, ita C L ad L R. ſed & vt K Q ad Q B, ita erat L R ad R D; componendo autem & ex æquali eſt vt M N ſimul, cuius centrum K, ad S, cuius centrum Q, ita O P ſimul, cuius centrum L ad T, cuius centrum R; ſimiliter vt ante oſtenderemus, à centris grauitatis duarum compoſitarum magnitudinum M N S, & O P T duas rectas A B, C D, diuidi in eaſdem rationes. Quod ſi duarum aliarum magnitudinum ipſis S T, proportionalium centra grauitatis ſegmenta Q B, B D, diuiderent in eaſdem rationes. & hoc in infinitum; ſemper vt prius demonſtrando progrederemur, ſemper enim ad bina centra, & binas magnitudines, duas ſimplices, & duas compoſitas res redigeretur. Manifeſtum eſt igitur propoſitum.

PROPOSITIO VI.

Omnium parabolarum diametri à centris grauitatis ipſarum figurarum in eaſdem rationes diuiduntur.

Sint

Sint duæ parabolæ A B C, D E F, quarum diametri B D, F H, centra autem grauitatis K L, nempe in ipſis diametris. Dico vt B K ad K D, ita eſse F L ad L H. Si enim hoc non eſt: ſit minor proportio ipſius B K ad K D, quàm F L ad F H, & vt B K ad K D, ita ſint F N ad N H, quare punctum L, infra punctum N, cadet. Et quoniam omnis parabola eſt figura circa diametrum in alteram partem deficiens, in qua tres quælibet ſectiones baſi parallelæ æqualia diametri ſegmenta intercipientes ita ſe habent vt minor ſit proportio minimæ ad mediam, quàm mediæ ad maximam, vt colligitur ex demonſtratione quintæ tertij de cent. grauit. ſolido. vnde per xxxi. ſecundi eorundem, cuique parabolarum A B C, D E F, figura quædam circumſcribi poterit compoſita ex parallelogrammis æqualium altitudinum, cuius centri grauitatis diſtantia à parabolæ centro grauitatis minor ſit quantacumque longitudine propoſita; eſto talis figura E P, circumſcripta parabolæ E F G, cuius centrum grauitatis O, in ſegmentos N L cadat. nam ex eodem libro centrum O, dictæ figuræ E P, ſupra centrum L, parabolæ E F G, neceſſa-



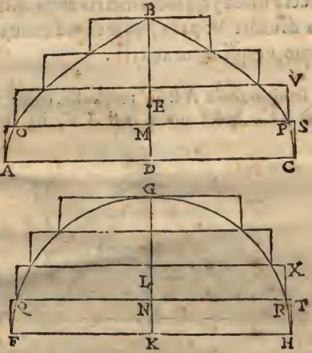
neceſsario cadet. Ex quot autem parallelogrammis conſtat figura E P, ex totidem æqualium altitudinum parabolæ A B C circumſcripta figura ſit A R, cuius ſit centrum grauitatis M. Quoniam igitur omnium prædictorum parallelogrammorum ad diuerſas parabolas pertinentium baſes ſecant diametros in eaſdem rationes: ſunt autem earum baſium dimidiæ ad diametrum ordinatim applicatæ, quamobrem earum quadrata deinceps erunt prout inter ſe reſpondent, bina ſumpta in eadem proportione; quadrata enim illa ex Apollonio inter ſe ſunt, vt ſegmenta diametri, quæ inter verticem & applicatas interijciuntur: ipſæ igitur quoque applicatæ, atque adeo ipſarum duplæ baſes parallelogrammorum & ipſa parallelogramma æqualium altitudinum, vtrobique deinceps erunt bina in eadem proportione: ſunt autem multitudine æqualia ea, quæ in figura A R, ijs, quæ in figura E P, & eorum centra diametros B D, F H, ſumpto ordine à verticibus B, F, diuidunt in eaſdem rationes; cum igitur totius figuræ A R, ſit centrum grauitatis M: totius autem O P centrum grauitatis O; erit vt B M ad M D, ita F O ad O H. Sed maior eſt proportio eſt F O ad O H, quàm F N ad N H, hoc eſt quàm B K ad K D; maior igitur erit proportio B M ad M D, quàm B K ad K D. & componendo maior proportio B D ad D M, quàm B D ad D K; erit igitur D M minor, quàm D K, & figuræ A R, centrum grauitatis propinquius baſi, quàm parabolæ A B C, centrum grauitatis. Quod eſt abſurdum: non igitur minor proportio eſt ipſius B D ad D K, quàm F L ad L H: eadem autem ratione, nec minor erit proportio F L ad L H, quàm B K ad K D; hoc eſt non maior ipſius B K ad K D, quàm F L ad L H; vt igitur B K ad K D, ita erit F L ad L H. Quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO VII.

Omnis figuræ ex duabus ſemiparabolis compoſitæ, cuius diameter ſit ad vtriuſque parabolæ diametros æquales, & in directum inter ſe conſtitutas communis ordinatim applicata, centrum grauitatis eſt punctum illud, in quo dicta diameter ſic diuiditur, vt pars quæ ad verticem ſit ad reliquam vt quinque ad tria.

Sit figura A B C ex duabus ſemiparabolis compoſita, quarum vertices A, C, diametri autem parabolarum æquales, & indirectum inter ſe conſtitutæ A D, D C. Erit igitur B D, communis ad vtramque A D, D C, ordinatim applicata diameter figuræ A B C: quare in ea centrum grauitatis figuræ A B C, eſto illud E. Dico B E ad E D, eſse vt quinque ad tria. Expoſito enim hemiſphærio F G H, cuius axis G K, & in eo hemiſphærij centrum grauitatis L, baſis circulus circa diametrum F K H. figuræ A B C, & hemiſphærio figuræ circumſcribantur vni ex parallelogrammos: alteri ex cylindris æqualium altitudinum, & multitudine paribus, ponatur autem vtraque ſibi inſcriptam excedere minori exceſsu quantacumque magnitudine propoſita ſit autem parallelogrammum infimum A S, & conſequens O V, cuius baſis O P M, ij ſi A C, parallela: infimus autem cylindrus F T, & conſequens Q X, cuius baſis circulus circa diametrum Q N R, communem ſectionem cum ſemicirculo per axem F G H, circulo circa F H parallelus. Quoniã igitur eſt vt quadratũ F K ad quadratum Q N, ita A D ad O M, hoc eſt vt quadratum F H ad quadratum Q R, hoc eſt vt circulus circa F H ad

ad circulum circa Q R, ita A C ad O P, Sed & cylindri, & parallelogramma æqualium altitudinum inter ſe ſunt vt baſes:vt igitur cylindrus F T ad cylindrum Q X,ita erit parallelogrammum A S ad O V parallelogrammum. Eadem ratione erunt omnes cylindri,& omnia parallelogramma bina ſumpta,quæ inter ſe ordine reſpondent in eadem proportione.Quoniam igitur vtrorumque centra grauitatis



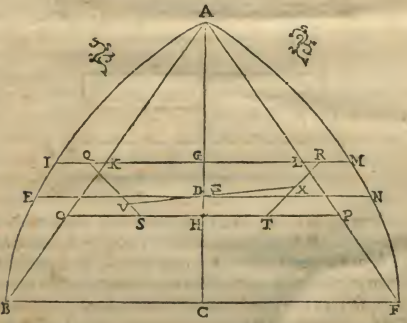
in diametro B D & axe G K exiſtentia diametrum & axem neceſſario diuidunt in eaſdem rationes:ſuperant autem figuræ circumſcriptæ, figuram A B C, & hemiſphærium minori exceſſu quantacumque magnitudine propoſita; ſimiliter vt in antecedenti oſtenderemus hemiſphærij F G H, & figuræ A B C centra grauitatis E, L, diuidere ipſas B D, G K, in eaſdem rationes: quare vt G L ad L K, ita erit B E ad E D, ſed G L ad L K, eſt vt quin-

que ad tria per xxxiij. ſecundi de cent. grauit. ſolid.figuræ igitur A B C centrum grauitatis erit E. Quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO VIII.

Omnis ſemiparabolæ centrum grauitatis eſt in ea recta linea, quæ diametro æquidiſtans baſim ita diuidit vt pars, quæ eſt ad curuam ſit ad reliquam, vt quinque ad tria.

Eſto ſemiparabola A B C, parabolæ, cuius vertex B, diameter B C. Secta autem baſi A C, ita vt A D ad



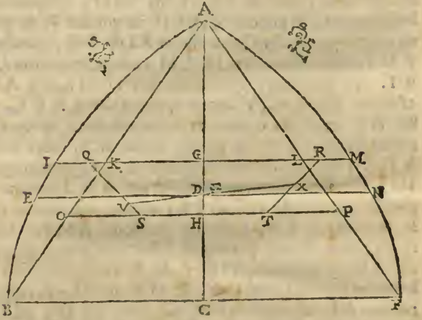
D C, ſit vt quinque ad tria, ducatur diametro B C, æquidiſtans D E. Dico ſemiparabolæ A B C centrum

graui-

grauitatis eſse in ipſa D E. Si enim in ea non eſt, cadet vel ſupra, vel infra rectam D E. cadat infra vt punctum F. Poſita igitur E F ipſi B C, in directum & æquali, vertice F, circa diametrum C F, per punctum A, deſcribatur parabola, cui congrua ſit ſemiparabola A F C: iunctiſque A B, A F, ſectaque A C biſariam in G, & poſita A H, dupla ipſius C H, ducantur per ea puncta ipſi B F parallelæ I K G L M, O H P, ſecenturque biſariam O H in puncto S, & P H in puncto T: & poſitis centris grauitatis Q parabolæ A I B; & R, parabolæ A M F, quæ in diametris I K, L M cadent, iungantur Q S, R T. Et quoniam per præcedentem D eſt figuræ A B F centrum grauitatis, V autem ſemiparabolæ A B C, recta D V producta occurret centro grauitatis reliquæ ſemiparabolæ A F C, in puncto quod ſit X. recta autem V D X biſariam ſecetur in puncto Z. Quoniam igitur I G, parallela diametro B C ſecat A B biſariam in puncto K, erit ex conicis I K, diameter portionis A F B, ſimiliter & L M, diameter portionis A M F. Quare ex primo decent grauitatis ſolidorum centra grauitatis Q R, portionum A I B, A M F, erunt in ipſis I K, L M, vt igitur I Q ad Q K, ita M R ad R L: & componendo, & permutando vt I K ad L M, ita Q K ad L R. Sed I K, eſt æqualis ipſi L M, demptis nimirum æqualibus G K, G L; igitur Q K, L R, æquales erunt, atque adeo tota G Q toti G R æqualis. Et quoniam dimidiæ æqualium inter ſe ſunt æquales, & S H, H T æquales erunt. Rurſus quoniam O H diuidit vtrumque latus A B, A C trianguli A B C, ita vt vtraque pars, quæ ad verticem ſit dupla reliquæ: ſecta eſt autem O H biſariam in puncto S; erit trianguli A B C centrum grauitatis S. ſimiliter trianguli A C F centrum grauitatis erit T. Cum igitur duarum ſemiparabolarum A I B, A M F centra grauitatis ſint Q, R, erit ſemiparabolæ A B C

quod

quod ponitur centrum grauitatis V, in linea Q S. Simi liter in linea R T centrum grauitatis ſemiparabolæ A F C, quod ponitur X. Rurſus quoniam B F dupla eſt ipſius K L, minor erit O P, quàm dupla ipſius K L: dupla autem eſt O P ipſius S T; minor igitur S T erit quàm K L, & multo minor quàm Q R. ſecat autem ipſas Q R, S T,



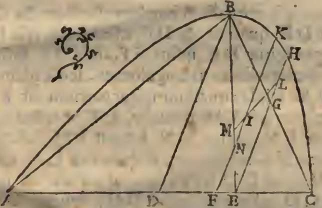
parallelas bifariam recta G H; ſi igitur tres rectæ Q S, G H, R T, ad partes C producantur, conuenient in vno puncto, & triangulum conſtituetur: ipſis igitur Q S, R T, intercepta V X nec baſi Q R parallela, ſecabitur à recta G H in partes inæquales, quod fit in puncto D: eritque maius ſegmentum D X, quod eſt propinquius baſi: ſed recta V X ponitur ſecta bifariam in puncto Z, quæ duarum ſemiparabolarum inter ſe æqualium, ex quibus conſtat figura B A F, iungit centra grauitatis V, X; totius igitur figuræ A B C, centrum grauitatis erit Z, extra figuræ

guræ diametrum A C: vel cum ſit aliud eiuſdem figuræ centrum grauitatis D. Quorum vtrumque eſt abſurdum. Non igitur ſemiparabolæ A B C centrum grauitatis V, infra lineam D E cadet. Similiter neque ſemiparabolæ A F C, centrum grauitatis X, infra lineam D M, quare nec V, ſupra lineam D E cadet: ſed neque infra, in ipſa igitur D E, erit ſemiparabolæ A B C centrum grauitatis V. Quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO IX.

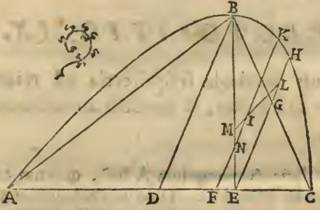
Omnis parabola ſeſquitertia eſt trianguli, eandem ipſi baſim, & eandem altitudinem habentis.

Sit parabola, & triangulum A B C, quorum communis vertex B, baſis A C. Dico parabolam trianguli eſſe ſeſquitertiam. Ducta enim diametro B D, ſectaque D C,



bifariam in puncto E, fiat C F ad F D, vt quinque ad tria, & per E F, ducantur diametro B D parallelæ E G H, F K: & iungatur B N E. Eſto autem portionis A H C centrum grauitatis L, nempe in diametro G H. Et quoniam

niam ſemiparabolæ B C D centrum grauitatis eſt in ipſa F K, eſto illud in ea I: iuncta igitur recta L I, & producta occurret centro grauitatis trianguli B D C. eſto illud M. punctum igitur M in ipſa B E, cadet, eritque B E, tripla ipſius E M: & centrum M, in ſegmento B N: alioqui totius ſemiparabolæ B C D, centrum grauitatis extra ipſam K F, caderet, quod eſt abſurdum.



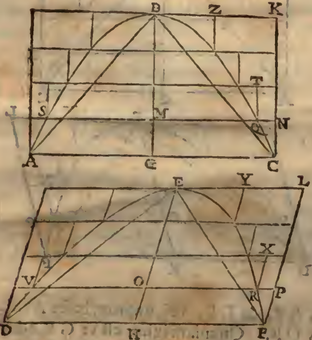
Quoniam igitur qualium partium eſt octo recta C D, talium eſt D E quatuor, & D F trium, talis erit E F vna: quadrupla igitur D E ipſius E F, hoc B E ipſius E N, propter ſimilitudinem triangulorum. ſed eadem B E eſt ipſius E M tripla: qualium igitur partium eſt B E duodecim, talium erit E M quatuor, & E N trium; quadrupla igitur E M, ipſius M N, hoc eſt L M, ipſius M I, & per conuerſionem rationis, ſeſquitertia L M ipſius L I. ſed vt M L ad L I. ita ex contraria parte eſt ſemiparabola B C D ad triangulum B D C; ſemiparabola igitur B C D ſeſquitertia eſt trianguli B D C. Similiter oſtenderemus ſemiparabolam B A C ſeſquitertiam trianguli A B D. tota igitur parabola A B C totius trianguli A B C ſeſquitertia eſt. Quod demonſtrandum erat.

PRO-

PROPOSITIO X.

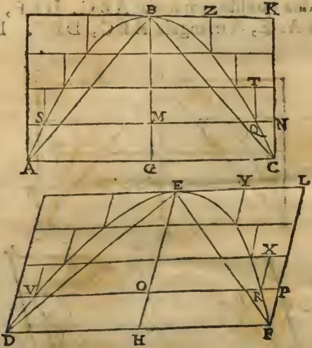
Quælibet parabolæ inter ſe proportionem habent, eoſdem ipſis vertices, & eaſdem baſes habentium triangulorum.

Sint duæ quælibet parabolæ A B C, D E F, quarum vertices A. E, & triangula A B C, D E F. Dico pa-



rabolam A B C ad parabolam D E F eſse vt triangulum A B C ad triangulum D E F. Ductis enim diametris B G, E H, parabolis circumſcribantur parallelogramma A K, D L, quorum latera C K, F L, ſint parallela diametris B G, E H. Et ſectis A K, D L, parallelogrammis

grammis in parallelogramma æqualium altitudinum, & multitudine æqualia, figuræ A Z, D Y, ex parallelogrammis æqualium altitudinum circumſcribantur parabolis A B C, D E F, atque ita multiplicatis parallelogrammis ex ſectionibus ipſorum AK, D L, vt parabolas ſuperent minori exceſsu quantacumque magnitudine propoſita. Sint autem bina infima parallelogram-



ma A N, S T, & D P, VX, quorum baſes AGC, SMQ D H F, V O R. Quoniam igitur eſt vt G B, ad B M, ita H E, ad E O, propter ſectiones rectarum B G, E H. cum parallelogrammis A K, D L ſed vt G B, ad B M, ita eſt quadratum ex A G, ad quadratum ex SM, & vt H E, ad E O, ita quadratum ex D H, ad quadratum ex V O, vt igitur quadratum ex A G, ad quadratum ex S M, ita erit quadratum ex D H, ad quadratum ex V O, quare

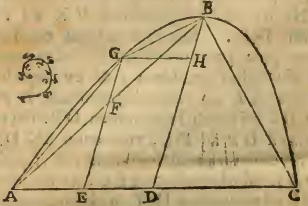
vt

vt AG, ad SM, ita erit D H, ad VO: & duplæ antecedentium ad duplas conſequentium, vt A C, ad S Q, ita D F ad V R. Sed vt A C ad S Q, ita eſt parallelogrammum A N ad parallelogrammum S T, propter æqualitatem altitudinum, & vt D F ad V R, ita eſt parallelogrammum D R ad V X, parallelogrammum; vt igitur parallelogrammum A N ad S T, parallelogrammum, ita erit parallelogrammum D P, ad V X, parallelogrammum, & conuertendo, vt paralellogrammum S T ad parallelogrammum A N, ita parallelogrammum V X ad parallelogrammum D P. Similiter reliqua omnia parallelogramma bina proportionalia eſse oſtenderemus. Componendo igitur gradatim, & ex æquali, erit vt tota figura A Z ad parallelogrammum A N, ſic tota figura D L ad parallelogrammum D P. ſed vt A N ad A K, ita eſt D P ad D L, æque enim AN, D P, ipſa A K, D L, metiuntur parallelogramma: & vt parallelogrammum A K ad triangulum A B C, ita eſt parallelogrammũ D L ad triangulum DEF, dupla enim eſt proportio vtrobique: ex æquali igitur vt figura AZ ad triangulum A B C ita figura D L ad triangulum D E F. Superant autem eæ figuræ ipſas parabolas minori exceſsu magnitudine propoſita, quantacumque illa ſit; per primam igitur ſecundi de centro grauit. ſolid. erit vt parabola A B C ad triangulum A B C, ita parabola D E F ad triangulum D E F. & permutando vt triangulum A B C ad triangulum D E F, ita parabola A B C ad parabolam D E F. Quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO. XI.

Omnis parabula ſeſquitertia eſt triangulo eandem ipſi baſim, & eandem altitudinem habentis.

Sit parabola, & triangulum A B C, quorum communis vertex B, baſis A C. Dico parabolam A B C trianguli A B C, eſse ſeſquitertiam. Ducta enim diametro B D, ſectaque A D bifariam in puncto F, ducatur vſque ad curuam ipſi B D parallela recta E F G, & compleatur parallelogrammum E G H D. Quoniam igitur eſt vt quadratum A D ad quadratum D E, hoc eſt ad quadratum G H, ita D B ad B H; quadruplum autem eſt A D qua-



dratum quadrati D E, dupla enim eſt A D ipſius D E quadrupla erit B D ipſius B H, & per conueſionem rationis B D ipſius D H, hoc eſt ipſius E G ſeſquitertia: dimidia eſt autem E F ipſius B D, propter ſimilitudinem triangulorum A B D, A F E; dupla igitur E F ipſius F G & triangulum A F E, trianguli A G F, duplum. Sed & triangulum A G B eſt trianguli A G F duplum, dupla enim eſt A B ipſius A F; triangulum ergo A F E, triangulo A G B æquale. Sed triangulum A B D quadruplum eſt trianguli A F E propter eorum ſimilitudinem, & duplum latus A D lateris A E homologi; triangulum ergo A B D trianguli A C B quadruplum erit: triangulum ergo A B C trianguli A C B octuplum: igitur per præcedentem, quoniam B G, ſunt vertices parabolarum, & triangulorum ipſis inſcriptorum A B C, A G F, parabola ABC,

portio-

portionis A G B, octupla erit. Similiter oſtenderemus parabolam A B C, portionis B K C, octuplam eſse. æqualis igitur eſt portio A G B, portioni B K C, & parabola ABC quadrupla vtriuſque portionis A G B, B K C, ſimul. Igitur per conuerſionem rationis parabola A B C, ſeſquitertia eſt trianguli A B C. Quod demonſtrandum erat.

Cum hæc ſcripſiſsem operæ pretium eſse exiſtimaui, addere vnum axioma ijs, quæ poſuimus in primo libro de centro grauitates ſolidorum, vt illud dictum à nobis in demonſtratione propoſitionis xv. eiuſdem libri his verbis; Erit D, centrum grauitatis totius grauis A B C, hoc eſt duorum A B B C ſimul, magis eluceat. axioma autem eſt eiuſmodi.

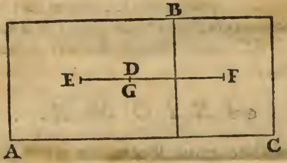
AXIOMA.

Si quodlibet graue ſecetur in duas partes vtcumque, continguas autem eas aliqua cauſa teneat alterius ad alteram ſitu non mutato, earum partium ſimul centrum grauitatis eſſe in eodem puncto, in quo fuerat centrum grauitatis priuſquam diuideretur.

Hoc poſito axiomate, eſto graue A B C, cuius centrum grauitates D. Secto autem A B C, in duas partes A B B C, vtcumque, ſint centra grauitatis E, ipſius A B, & F, ipſius B C: Et partium A B B C, ſitu non mutato, ab eo inquam, quem ante diuiſionem inter ſe habebant, iungat puncta E F, recta, vel libra E F, ad cuius terminos ſuſpenſa ſint grauia A B B C, ſecundum centra grauitates E F. Quoniam igitur duarum magnitudinum A B B C, ita ſuſpenſarum tanquam vnius compoſitæ centrum grauitatis

eſt in

eſt in libra E F, eſto illud G. Suſpenſa igitur libra E F, in puncto G, duo grauia A B B C, æquiponderabunt à longitudinibus E G G F. manentibus igitur partibus A B B C in æquilibrio, quoniam E F ſunt centra grauitatis partium A B B C, non mouebuntur eæ circa puncta E F, etiam ſi magnitudines, & corpora fingamus ſe mutuo penetrare poſſe: eundemque habebunt ſitum inter ſe, quem ante diuiſionem. libra igitur A B, conne-



ctens duo grauia A B B C, ſecundum centra grauitatis E F, & æquilibrium partium A B B C, circa ſua centra grauitatis, vel libræ terminos E F, tanquam vna cauſa compoſita, duas partes A B B C, tenebit contiguas, in eodemq. ſitu, quem ante habebant, quam in eas A B C graue ſecaretur. per axioma igitur propoſitum, centrum grauitatis duorum A B B C, ſimul ita manentium, vt iam diximus, erit in puncto D, quod ponitur totius A B C, centrum grauitates. Rectè igitur poſt illa verba; Erit D centrum grauitatis totius grauis A B C, illud aſſumitur. Hoc eſt duorum A B B C, ſimul. quod ita diſtinctè idcirco explicui, quod propoſitionibus xv. & xxvij. prædicti libri reliqua omnis ſcientia grauium ſuſtentatur. Quod enim de parallelogrammo hic diximus, idem de parallelipopedo, quod in prædicta xxvij. aſſumitur diceremus.

Porro